

FEMとBEMを併用した構造-音響連成問題の高精度固有値解析

ACCURATE EIGENVALUE ANALYSIS OF STRUCTURAL-ACOUSTIC PROBLEMS BY FEM AND BEM

田中 正隆¹⁾, 荒井 雄理²⁾, 志水 克大³⁾

Masataka TANAKA, Youri ARAI and Yoshihiro SHIMIZU

- 1) 信州大学工学部 (〒380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: dtanaka@gipwc.shinshu-u.ac.jp)
2) 信州大学大学院工学系研究科 (〒380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: youri@artist.shinshu-u.ac.jp)
3) 信州大学大学院工学系研究科 (〒380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: y-shimizu@artist.shinshu-u.ac.jp)

This paper is concerned with an accurate eigenfrequency analysis of structural-acoustic coupled problem, avoiding the fictitious eigenfrequency problem. In the present approach, the acoustic field is approximated by the boundary element method, while the structure is by the usual finite element method. It is well known that, without any care, the numerical solution of external acoustic problem governed by Helmholtz equation is violated at the eigenfrequencies of the internal problem, when the boundary integral equation method is applied. As a method to avoid the fictitious eigenfrequency problem, there is the new method proposed by Tanaka et al. In this proposed method, the Burton-Miller integral equation is used at the some nodes of element, while the normal derivative boundary integral equation multiplied by the same coupling parameter as in the Burton-Miller expression is applied to the other nodes of element. The present paper demonstrates that the fictitious eigenfrequency problem also occurs in structural-acoustic coupled problem, and the proposed method avoids the problem in the coupled problem. The paper reports how to recognize explicitly the eigenfrequencies of the coupled problem and calculate accurately these values.

Key Words : Structural-Acoustic Problem, Acoustics, Boundary Integral Equation, Structures, Finite Element Method, Accurate Eigenvalue, Fictitious Eigenfrequency

1. 緒言

近年様々な分野において、環境問題に対する関心はますます高まっている。その中で、自動車や航空機の居室内騒音や工場内外の騒音を評価し抑制することは快適性や作業効率を向上させる観点から重要な工学的課題の一つである。これらの騒音問題においては、音場の圧力が励振力となって境界面をなす構造物を振動させることにより放射音が発生するとともに、その放射音はまた音場の振動に影響を与える。したがって、これらの騒音問題は構造-音響連成系の振動問題として扱う必要があり、有限要素法や境界要素法などの数値解析手法によりそのような騒音の評価や抑制を目的とした数値解析が行われている。

本研究では、音場の解析に境界要素法を用い、構造物の解析に有限要素法を用いることにより構造-音響連成問題の数値

解析を行う。その際に、境界積分方程式を用いて Helmholtz 方程式に支配される無限領域を含む音場の外部境界値問題を解く場合、あるいは内部問題において領域内に有限な孤立部分があるような問題を解く場合には、見かけの固有振動数問題の影響により解の精度が著しく低下するという問題が生じる⁽¹⁾⁽²⁾。見かけの固有振動数問題の回避手法としては Burton-Miller 法⁽³⁾⁽⁴⁾が知られているが、本研究では計算効率の良い田中・荒井ら⁽⁵⁾⁽⁶⁾によって提案された手法を音場の境界要素法解析に用いる。有限要素法による構造物の解析には汎用構造解析プログラム MSC/NASTRAN を用いた。数値解析例によって、構造-音響連成問題においても見かけの固有振動数問題が生じることを示し、田中・荒井らによって提案された手法がそのような問題に対しても有効であることを示す。

一方、振動および音響問題において、その系の振動特性お

よび音響特性は固有振動数および固有モードによって強く影響を受ける。そのため、構造-音響連成系の振動問題においてもその系の固有振動数を調べることは実用上重要である。境界要素解析による固有値解析は、最終的な代数方程式における未知境界量に関する係数行列の行列式の値が0となる振動数を探索して、固有振動数を求める方法が一般的である。しかしながら、行列式の値が明確には0に近づかず、固有振動数を判別するのが困難な場合が多い。そこで、本研究では係数行列の特異値を用いて構造-音響連成問題の固有値を探索する方法を提案する。この探索方法と音場の境界要素解析に田中・荒井らによって提案された手法を適用することにより、見かけの固有振動数問題を回避した高精度な構造-音響連成問題の固有振動数探索が可能であることを数値解析例により示す。

2. 音場の境界要素法解析

本研究では、構造-音響連成問題における音場の境界要素法解析に対して見かけの固有振動数問題を回避するために田中・荒井らによって提案された手法 (以下 提案手法) を用いる。見かけの固有振動数問題の回避手法には、通常境界積分方程式とその法線方向導関数境界積分方程式に複素数の結合係数を乗じて線形結合した結合境界積分方程式を用いる Burton-Miller 法が知られている。提案手法は、境界節点におけるソース点の配置位置により Burton-Miller 型の結合境界積分方程式とその結合係数を乗じた導関数境界積分方程式を使い分ける方法で、全節点において Burton-Miller 型の結合境界積分方程式を用いる場合に比べ少ない計算量で係数を計算することができる。本研究では、3次元構造-音響連成問題における音場の解析に四角形境界2次要素を用いて提案手法を適用する。2つの境界積分方程式の適用方法に関しては、ソース点が要素頂点に位置した場合に結合係数を乗じた導関数境界積分方程式を適用し、中間節点に位置した場合に結合境界積分方程式を適用した。

以下に、提案手法を用いる際に必要となる境界積分方程式とその法線方向導関数境界積分方程式の定式化について簡単に記述する。

2.1. 境界積分方程式 (OBIE)

微小振幅の振動を考えるものとし、角振動数 ω で定常振動している場合には、音場の支配微分方程式は次の非同次 Helmholtz 方程式となる (7)。

$$\nabla^2 p(x) + k^2 p(x) + f(x) = 0 \quad (1)$$

ただし、 $p(x)$ は音圧、 $f(x)$ は内部音場の集中音源等を表すソース項である。また、 k は波数であり、角振動数 ω と波の伝播速度 c により次のように表される。

$$k = \frac{\omega}{c} \quad (2)$$

式 (1) において、境界条件は以下のように与えられる。

$$p(x) = \bar{p}(x) \quad (3)$$

$$q(x) = \frac{\partial p}{\partial n}(x) = \bar{q}(x) \quad (4)$$

ここで、 $q(x)$ は境界の外向き法線方向の粒子速度 $v(x)$ と媒質密度 ρ を用いて以下のように表すことができる。

$$q(x) = -i\omega\rho v(x) \quad (5)$$

ただし、 i は虚数単位を表す。

Helmholtz 方程式 (1) に対して、関数 $f(x)$ として集中音源を想定し、一様ポテンシャル条件を考慮した境界要素法による定式化を行うことで以下の境界積分方程式を得る (1)(8)。

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} \{q^*(x, y) - Q^*(x, y)\} p(x) d\Gamma(x) \\ & + \int_{\Gamma} Q^*(x, y) \{p(x) - p(y)\} d\Gamma(x) \\ & = -i\omega\rho \int_{\Gamma} p^*(x, y) v(x) d\Gamma(x) + Ip^*(x^s, y) \end{aligned} \quad (6)$$

ただし Γ は音場の境界を表す。また、 I は集中音源の強さであり、 x^s は音源の座標である。

3次元問題の場合、基本解の成分はそれぞれ次のようである。

$$p^*(x, y) = \frac{1}{4\pi r} \exp(-ikr) \quad (7)$$

$$q^*(x, y) = -\frac{1}{4\pi r^2} (1 + ikr) \exp(-ikr) \frac{\partial r}{\partial n}(x) \quad (8)$$

$$Q^*(x, y) = -\frac{1}{4\pi r^2} \frac{\partial r}{\partial n}(x) \quad (9)$$

ここで、 r はソース点 y と観測点 x との距離である。

2.2. 法線方向導関数境界積分方程式 (NDBIE)

提案手法で用いる法線方向導関数境界積分方程式は、境界積分方程式 (6) をソース点 y で微分した関係を、音圧の勾配が一様である場を考慮して正則化 (9) した次の式である。

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} \{\tilde{q}^*(x, y) - \tilde{Q}^*(x, y)\} p(x) d\Gamma(x) \\ & + \int_{\Gamma} \tilde{Q}^*(x, y) \{p(x) - p(y) - r_m(x, y) p_m(y)\} d\Gamma(x) \\ & = -i\omega\rho \int_{\Gamma} \{\tilde{p}^*(x, y) - \tilde{u}^*(x, y)\} v(x) d\Gamma(x) \\ & - i\omega\rho \int_{\Gamma} \tilde{u}^*(x, y) \{v(x) - n_m(x) p_m(y)\} d\Gamma(x) \\ & + I\tilde{p}^*(x^s, y) \end{aligned} \quad (10)$$

ただし $r_m = x_m - y_m$ であり、 n_m は外向き単位法線ベクトルの成分である。また $\tilde{() } = \partial()/\partial n(y)$ であり、3次元問題に対して基本解の各成分は以下のようになる。

$$\tilde{u}^*(x, y) = -\frac{1}{4\pi r^2} \frac{\partial r}{\partial n}(y) \quad (11)$$

$$\tilde{Q}^*(x, y) = \frac{1}{4\pi r^3} \left\{ 3 \frac{\partial r}{\partial n}(x) \frac{\partial r}{\partial n}(y) + n_j(x) n_j(y) \right\} \quad (12)$$

$$\tilde{p}^*(x, y) = -\frac{1}{4\pi r^2} (1 + ikr) \exp(-ikr) \frac{\partial r}{\partial n}(y) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \tilde{q}^*(x, y) = \frac{1}{4\pi r^3} & \left[\{3(1 + ikr) - k^2 r^2\} \frac{\partial r}{\partial n}(x) \frac{\partial r}{\partial n}(y) \right. \\ & \left. + (1 + ikr) n_j(x) n_j(y) \right] \exp(-ikr) \end{aligned} \quad (14)$$

本研究では、ソース点が四角形境界2次要素の中間節点に配置された場合は、式(6)と式(10)を複素数の結合係数で線形結合した境界積分方程式を用い、要素の頂点に配置された場合は式(10)に同じ結合係数を乗じた境界積分方程式を適用する。結合係数に関しては、Cunefare-Koopmannら⁽⁴⁾に従って i/k とした。

3. 構造-音響連成系の支配方程式

本研究では、音場の境界要素法解析に提案手法を適用して音場の支配方程式を導き、構造物の解析には有限要素法を適用して構造系の支配方程式を導く。そして、構造物の変位と音場の境界量である粒子速度を関係づける式と、音場の音圧を構造物に作用するそれと等価な節点力に変換する式を用いて音場の支配方程式と構造物の支配方程式を連立し、構造-音響連成系の支配方程式を導く⁽¹⁰⁾。構造物の有限要素解析における質量マトリックスおよび剛性マトリックスはMSC/NASTRANとそのDMAP(Direct Matrix Abstraction Program)機能を用いて計算し出力したものを用いた。

以下に、音場および構造系の支配方程式と、構造-音響連成系の支配方程式の導出について簡単に記述する。

3.1. 音場の支配方程式

音場の境界要素法解析に提案手法を適用し、境界要素による離散化を行うことで、音場の支配方程式として次の連立方程式を得る。

$$H\mathbf{p} = G\mathbf{v} + \mathbf{f}_a \quad (15)$$

ただし、 H 、 G はそれぞれ境界上の音圧 \mathbf{p} 、粒子速度 \mathbf{v} に関する係数行列である。また、 \mathbf{f}_a は集中音源に関するベクトルである。

3.2. 構造系の支配方程式

角振動数 ω で調和振動している構造系の支配方程式は、有限要素法を用いることにより周波数領域において次のように表される。

$$[\mathbf{K} + i\omega\mathbf{C} - \omega^2\mathbf{M}] \mathbf{x} = \mathbf{f}_p + \mathbf{f}_e \quad (16)$$

ただし、 \mathbf{K} 、 \mathbf{C} 、 \mathbf{M} はそれぞれ剛性マトリックス、減衰マトリックス、質量マトリックスを表し、 \mathbf{x} は節点変位ベクトルを表す。また、 \mathbf{f}_p は構造物と音場の境界面での音圧によって生じる外力ベクトル、 \mathbf{f}_e はその他の一般的な外力ベクトルを表す。

本研究では構造物の減衰を無視し、構造物には音圧に起因する外力以外は加わらないものとする。このとき、式(16)は次のようになる。

$$[\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M}] \mathbf{x} = \mathbf{f}_p \quad (17)$$

式(17)の左辺係数行列を \mathbf{A} と表すと、構造系の支配方程式は次式のように表される。

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{f}_p \quad (18)$$

3.3. 構造-音響連成系の支配方程式

まず、音場と構造物がそれぞれ1つからなる構造-音響連成系の支配方程式の導出について記述する。式(15)におけ

る境界量 \mathbf{p} および \mathbf{v} を音場と構造物の接合面となっている境界 Γ^I 上の境界量と、音場のみの境界 Γ^S 上の境界量に分ける。このとき、式(15)は次式のように表すことができる。

$$\begin{bmatrix} H^S & H^I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}^S \\ \mathbf{p}^I \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G^S & G^I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v}^S \\ \mathbf{v}^I \end{Bmatrix} + \mathbf{f}_a \quad (19)$$

ただし、上付添字 I 、 S はそれぞれ境界 Γ^I 、 Γ^S に関する諸量であることを示す。

ここで、構造物の節点変位から音場の境界要素法解析における節点での法線方向変位を内挿するマトリックスを \mathbf{T} とすると、調和振動を仮定していることにより次式が成り立つ。

$$\mathbf{v}^I = i\omega\mathbf{T}\mathbf{x} \quad (20)$$

また、仮想仕事の原理より、境界 Γ^I 上の音圧 \mathbf{p}^I から、構造物に作用する等価な節点力ベクトル \mathbf{f}_p に変換するマトリックスを \mathbf{R} とすると次式が成り立つ。

$$\mathbf{f}_p = \mathbf{R}\mathbf{p}^I \quad (21)$$

マトリックス \mathbf{R} は、音圧を分布荷重として扱い、有限要素法において仮想仕事の原理により境界表面に作用する分布荷重をそれと等価な節点荷重に変換する方法⁽¹¹⁾を用いて導出することができる。

式(18)、(19)、(20)、(21)を連立することにより構造-音響連成系の支配方程式として次式を得る。

$$\begin{bmatrix} H^S & H^I \\ \mathbf{0} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}^S \\ \mathbf{p}^I \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G^S & i\omega\mathbf{G}^I\mathbf{T} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v}^S \\ \mathbf{x} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_a \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (22)$$

ここで、式(22)における係数行列のうち H 、 G 、 A の成分は波数 k または角振動数 ω の関数でありいずれも周波数によってその大きさが変化するが、 \mathbf{R} の成分は周波数によらず一定の値をとる。そのため式(22)を用いると解析を行う周波数によっては、最終的に解くべき代数方程式において係数行列の成分のオーダーに極端な差が生じ行列の性質が悪くなる。特に、すでにその成分が周波数の関数である G に角振動数 ω を乗じることは係数行列の性質を悪化させる原因となり得る。そこで、本研究では式(22)を変形して得られる次式を構造-音響連成系の支配方程式として数値解析を行う。

$$\begin{bmatrix} H^S & H^I \\ \mathbf{0} & i\omega\mathbf{R} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}^S \\ \mathbf{p}^I \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G^S & G^I\mathbf{T} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v}^S \\ i\omega\mathbf{x} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_a \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (23)$$

式(23)を境界条件を考慮して解くことにより構造-音響連成系の解を得ることができる。また、音場および構造物が複数ある場合も同様に、それぞれの音場および構造物について式(15)、(18)を考え、音場と構造物の界面ごとに式(20)、(21)を考慮することで支配方程式を得ることができる。

4. 固有振動数の探索方法

本研究では特異値分解⁽¹²⁾を用いて固有値解析を行う。式(23)に境界条件を適用し整理することにより、構造-音響連成系の支配方程式は最終的に次式のような代数方程式となる。

$$\mathbf{B}\mathbf{y} = \mathbf{d} \quad (24)$$

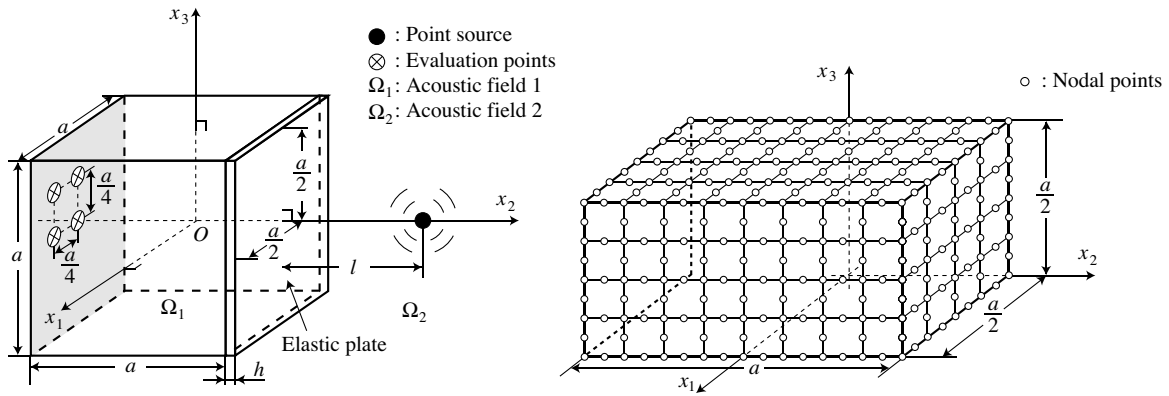


Fig. 1 Analysis model and its element discretization

ただし、 B は係数行列、 y は未知量ベクトル、 d は既知ベクトルである。

特異値分解を行った際に得られる特異値の数はその行列の階数に等しいため、特異値の個数を調べることでその行列が正則かどうかを調べることができる。しかし、実際の数値計算では特異値分解により得られた特異値において、どこからを0とみなすかによってその行列の階数は変わってしまうため、直接特異値の個数から判断するのは困難である。そこで、式(24)の係数行列 B を特異値分解し、得られた特異値の中で最小の特異値 σ の値を調べる。それを周波数を変化させるごとに行い、最小特異値 σ の周波数応答を求める。周波数が固有振動数に一致するとき係数行列 B は正則でなくなる、すなわち行列の階数が少なくとも1階減じるため、その振動数では最小特異値 σ は相対的に0に近づく。したがって、最小特異値 σ の周波数応答を調べることで、その値が0に近づく周波数を固有振動数として求めることができる。

5. 数値解析結果と考察

数値解析モデルとして、Fig. 1の左図に示すように五面が剛体壁により構成された一辺が $a = 0.2$ [m]の立方体の開口部に弾性板を全周固定で取り付けられた構造物と点音源が無限の音場内に存在する問題を考える。立方体内部の音場 Ω_1 の媒質はヘリウムを想定し媒質密度 $\rho_1 = 0.17$ [kg/m³]、伝播速度 $c_1 = 996.0$ [m/s]とし、立方体外部の音場 Ω_2 は空気を想定し媒質密度 $\rho_2 = 1.2$ [kg/m³]、伝播速度 $c_2 = 340.0$ [m/s]とする。立方体内部と外部の音場の媒質を異なるものとしたのは、見かけの固有振動数と本来の固有振動数とを明確に区別するためである。弾性板の材料は黄銅とし、Young率 $E = 102.97$ [GPa]、Poisson比 $\nu = 0.35$ 、密度 $\rho = 8460.1$ [kg/m³]、板厚 $h = 0.941$ [mm]とする。また、音源は弾性板から $l = 0.1$ [m]の距離に、弾性板の中央点上に配置し、音源の強さは 2.0 [Pa]とする。周波数は、 10 [Hz]～ 2 [kHz]までを 1 [Hz]刻みで解析を行なった。

この問題は音源を通り弾性板に垂直な軸を x_2 軸、それに直交する軸として x_1 軸、 x_3 軸をFig. 1の左図に示すように定義する場合、 x_1 - x_2 平面、 x_2 - x_3 平面を対称面とする対称性を有する。そのため、立方体内部の音圧の評価点はFig. 1の

左図に示すように弾性板に向かい合う面上に4点配置した。音圧の評価は、この評価点4点での音圧の平均値の音圧レベルにより行う。また、境界要素解析および有限要素解析における要素分割はこの対称性を考慮して、対称面によって切り取られるFig. 1の右図に示す1/4の立方体に対して行う。境界要素法において要素は非適合四角形境界2次要素とし、1/4の立方体における内表面および外表面を、 x_1 - x_3 平面に平行な2面においてそれぞれ16要素、それ以外の2面においてそれぞれ32要素に均等に分割し、合計96要素とした。有限要素法による弾性板の解析においては、4辺形要素を用い1/4の弾性板を16要素に均等に分割した。境界条件として剛体面上の粒子速度を0とし、弾性板の固定端上の節点において変位とすべての軸まわりの回転を0とした。また、対称性を考慮するために、弾性板を構成する節点のうち対称面上に位置する節点において対称面と直交する軸方向変位を0とし、 x_2 軸まわりの回転を0とした。

まず、評価点4点における立方体内表面の音圧の周波数応答を調べた。評価点4点での音圧の平均値を音場の解析に提案手法を用いた場合と、比較のために通常の境界積分方程式(6) (以下OBIE)を用いた場合についてFig. 2に音圧レベルで示す。ただし、 ka は立方体内部における波数 k に立方体の長さ a を乗じることによって無次元化した波数である。

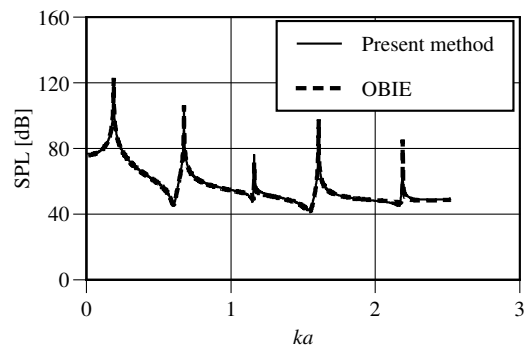


Fig. 2 Comparison of average SPL obtained by applying the present method and obtained by applying OBIE

Fig. 2から、提案手法を用いた場合とOBIEを用いた場合と同様の結果を得ていることが分かる。解析を行った周波数域においては、 $ka = 1.85$ 付近で音場の解析にOBIEを用いた場合には数値解が乱れた。その波数付近における平均音圧

の音圧レベルを Fig. 3 に示す. Fig. 3 に示されるように, 提案手法を用いた場合と比較すると OBIE を用いた場合には数値解が乱れており, 見かけの固有振動数問題による数値解の乱れと考えられる. 一方, 提案手法を用いた場合には数値解は乱れず見かけの固有振動数問題を回避できていることが分かる.

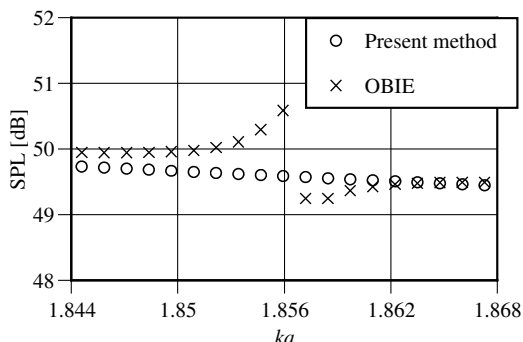


Fig. 3 Comparison of average SPL between $ka = 1.844$ and 1.868

次に, この解析モデルの固有振動数を求めることを考える. 境界要素法を用いた固有値解析では, 最終的に解くべき代数方程式における未知境界量に関する係数行列の行列式の周波数応答を調べ, 行列式の値が 0 となる振動数を固有振動数として調べる方法が一般的である. そこで, 構造音響連成問題の最終的に解くべき代数方程式 (24) における係数行列 B の行列式の周波数応答を調べた. 音場の解析に提案手法を用いた場合の数値解析結果を Fig. 4 に, OBIE を用いた場合の数値解析結果を Fig. 5 にそれぞれ示す.

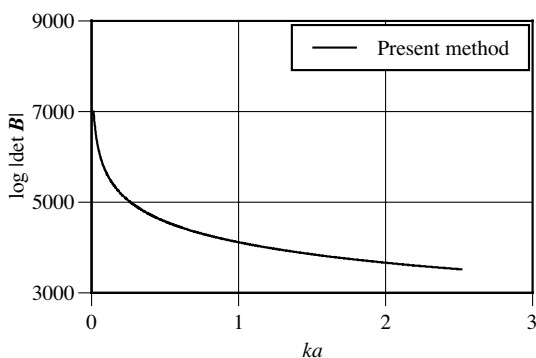


Fig. 4 Absolute determinant value of coefficient matrix B in using the present method

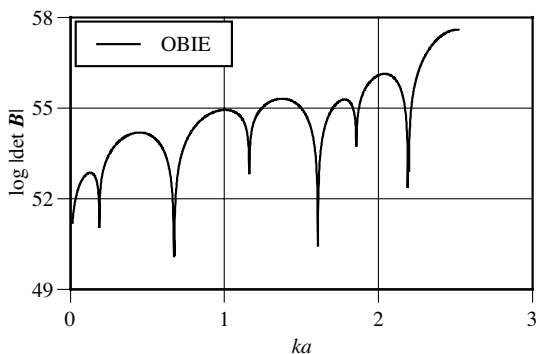


Fig. 5 Absolute determinant value of coefficient matrix B in using OBIE

Fig. 4 に示すように音場の解析に提案手法を用いた場合には行列式の値が相対的に 0 に近づく波数を確認することができず, 行列式の値から固有振動数を求めることは困難である. 一方, Fig. 5 に示すように, OBIE を用いた場合には行列式の値が極小となり相対的に 0 に近づく波数を判別することができる. しかし, $ka = 1.85$ 付近は音圧の周波数応答から見かけの固有振動数と考えられ, その波数付近において行列式の値が極小値をとるのは見かけの固有振動数問題によるものと考えられる. このことから, 音場の解析に OBIE を用いて行列式の周波数応答から得られる固有振動数には見かけの固有振動数が含まれるために, 正確な固有振動数のみを判別することは困難であることが分かる. そこで, 係数行列 B を特異値分解することで得られる最小特異値 σ の周波数応答を調べ, この系の固有振動数の探索を行った. 音場の解析に提案手法を用いた場合の数値解析結果を Fig. 6 に, OBIE を用いた場合の数値解析結果を Fig. 7 に示す. Fig. 6, Fig. 7 に示すように音場の解析に提案手法および OBIE を用いた場合ともに最小特異値 σ が相対的に 0 に近づく波数を判別できることが分かる.

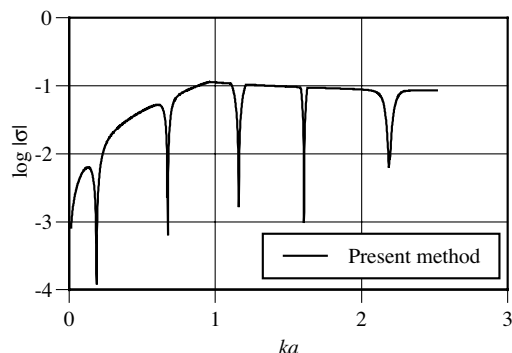


Fig. 6 The minimum singular value σ of coefficient matrix B in using the present method

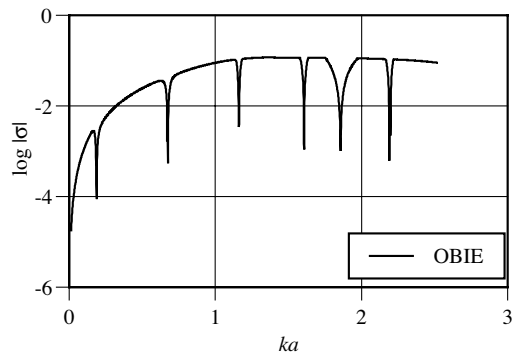


Fig. 7 The minimum singular value σ of coefficient matrix B in using OBIE

ここで, この解析モデルの固有振動数は Guy ら⁽¹³⁾ によって示された固有方程式によって求めることができる. 最小特異値 σ が相対的に 0 に近づく波数がこの問題の固有振動数であることを確認するために, Newton 法によって最小特異値 σ の値が極小となる波数を求めた. Table 1 に Guy らの固有方程式により与えられるこの解析モデルの固有振動数と, 音場の解析に提案手法を用いた場合および OBIE を用いた場合に最小特異値 σ が極小となった波数をそれぞれ示す. Guy

らの固有方程式で与えられるこの問題の固有振動数は、立方体内部の音場 Ω_1 の固有振動数と弾性板の固有振動数の組み合わせで決まるため、固有方程式から得られる固有振動数とともに、その固有振動数を与える内部音場 Ω_1 と弾性板の固有振動数の組み合わせも合わせて Table 1 に示している。その場合に、内部音場 Ω_1 の固有振動数に関しては厳密解を用い、弾性板の固有振動数に関しては MSC/NASTRAN を用いた有限要素解析により得られた数値解を用いている。また、Table 1 に示している値は立方体内部における波数 k に立方体の長さ a を乗じることによって無次元化した波数である。音場の解析に OBIE を用いた場合には、Table 1 に示すように最小特異値 σ の値が極小となる $ka = 1.85$ 付近に対応する固有振動数は存在せず、見かけの固有振動数問題によって正確な固有振動数を求められないことが確認できる。一方、音場の解析に提案手法を用いた場合には最小特異値 σ の値が極小となる振動数を調べることで見かけの固有振動数問題を回避して正確な固有振動数のみを精度よく求められることが確認できる。解析を行った周波数範囲では見かけの固有振動数は1つしか存在しなかったが、見かけの固有振動数が多く存在する場合にも音場の解析に提案手法を用いることにより数値解の精度を失うことなく正確な固有振動数を求めることができると考えられる。

Table 1 Eigenfrequencies estimated by the minimum singular value σ and analytical eigenfrequencies

Combination of eigenfrequencies		Eigenfrequency of coupled system		
Acoustic	Plate	Analytical	Present	OBIE
0	0.18293	0.19411	0.18748	0.18759
3.14159	0.67592	0.67498	0.67487	0.67502
3.14159	1.16285	1.16114	1.16025	1.16133
3.14159	1.60903	1.60647	1.60733	1.60640
-	-	-	-	1.85648
3.14159	2.19278	2.18859	2.18686	2.19038
3.14159	2.19963	2.19541	2.19356	2.19745

6. 結論

音場の解析に境界要素法を用いた場合に、見かけの固有振動数問題が構造-音響連成問題でも生じることを示し、そのような問題に対しても田中・荒井らによって提案された手法により見かけの固有振動数問題を回避した数値解が得られることを確認した。提案手法は文献⁽⁶⁾でも確認されているように、Burton-Miller法に比べて係数行列の計算効率の面で優位性があるため、数多くの要素を必要とするような高周波数域の問題を取り扱う場合などに有利であると考えられる。

また、見かけの固有振動数問題が生じる構造-音響連成問題について、提案手法を用いた場合の固有振動数の探索方法について考察した。見かけの固有振動数問題を回避するために音場の解析に提案手法を用いた場合、構造-音響連成系の支配方程式における係数行列の行列式からは固有振動数を正確に求めることが困難であることを示した。行列式の零点を探索する代わりに係数行列の特異値を用いた探索方法を導入して例題解析を行った。その数値解析結果から、音場の解析に

提案手法を用い係数行列の特異値の値を調べることにより、見かけの固有振動数問題が生じる構造-音響連成問題に対しても固有振動数を正確に精度良く得られることを示した。

参考文献

- (1) 田中正隆, 松本敏郎, 中村正行: 境界要素法, (1991), 培風館.
- (2) 小林昭一: 波動解析と境界要素法, (2000), 京都大学学術出版会.
- (3) A.J. Burton and G.F. Miller: The application of integral equation methods to the numerical solution of some exterior Boundary-value problems, *Journal of Proceedings of the Royal Society of London, Ser. A*, Vol.323, (1971), pp.201-210.
- (4) K.A. Cunefare and G. Koopmann: A boundary element method for acoustic radiation valid for all wavenumbers, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol.85, No.1, (1989), pp.39-48.
- (5) 田中正隆, 松本敏郎, 荒井雄理: 音場の見かけの固有振動数問題を回避するための境界要素解析法 (第2報, 改訂版), 日本機械学会論文集 (C編), **72**-719, (2006), pp. 2088-2093.
- (6) 荒井雄理, 田中正隆, 松本敏郎: 見かけの固有振動数問題を回避する3次元音場の新しいBEM解析法, 日本機械学会論文集 (C編), **73**-729, (2007), pp. 1384-1391.
- (7) 日本音響学会編: 基礎音響工学, (1990), コロナ社.
- (8) 松本敏郎, 田中正隆: 正則化された境界積分方程式の離散化手法, BEM・テクノロジー・コンファレンス論文集, Vol.1, (1991), pp.7-12.
- (9) 松本敏郎, 田中正隆, 岡山瞬: 二次元ポテンシャル問題における超特異積分方程式と正則化された境界積分方程式による境界のポテンシャル勾配の評価法, 日本機械学会論文集 (A編), **64**-619, (1998), pp. 743-750.
- (10) 河村庄造, 森田篤, 岩壺卓三, 塩幡宏規: 構造・音場連成系解析を援用した閉空間内部音場の能動制御に関する研究, 日本機械学会論文集 (C編), **65**-630, (1999), pp. 551-556.
- (11) K.J. Bathe and E.L. Wilson: *Numerical Methods in Finite Element Analysis*, (1976), Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey
- (12) G. Strang: *Linear Algebra and its Applications*, (1976), Academic Press, Inc., New York
- (13) R.W. Guy and M.C. Bhattacharya: The transmission of sound through a cavity-backed finite plate, *Journal of Sound and Vibration*, 27(2), (1973), pp.207-223.