

時間領域境界要素法による 2.5 次元電磁場シミュレーション

2.5-DIMENSIONAL SIMULATION OF ELECTROMAGNETIC FIELDS WITH TIME DOMAIN BOUNDARY ELEMENT METHOD

藤田和広, 川口秀樹

Kazuhiro FUJITA, Hideki KAWAGUCHI

室蘭工業大学電気電子工学科 (〒050-8585 室蘭市水元町 2 7 - 1, E-mail: kawa@mmm.muroran-it.ac.jp)

In this paper, a memory reduction scheme in the time domain boundary element method (TDBEM) is presented for numerical simulation of electromagnetic fields scattered from axis-symmetric structures with 3-dimensional source fields (we call such simulation "2.5-dimensional system"). In three-dimensional simulation the TDBEM requires very large computation costs, and application of the TDBEM to practical problems in industry is almost impossible. However, required storage memory in the TDBEM for the 2.5-dimensional electromagnetic fields can be effectively reduced. This memory reduction scheme is applied to electromagnetic scattered fields in parabolic and horn antennas in this paper.

Key Words: boundary element method, time domain, antennas, microwave, axis-symmetric system

1. はじめに

現在, アンテナ解析をはじめとする電磁場の時間領域解析には, 大別して二つの数値解析手法がある. 一つは時間領域有限差分法 (FDTD 法) ⁽¹⁾ などの微分方程式をベースにする手法, もう一つは時間領域境界要素法 (TDBEM) ⁽²⁾ などの積分方程式をベースにする手法である.

これまで, 計算の数値的安定性がよい, 媒質を含む系の取り扱いが容易などの理由から, FDTD 法が広く用いられてきた. しかしながら, それでも, FDTD 法は, 曲がった境界を含むケースの扱いは一般に容易ではなく数値モデルには多くのメッシュ生成が必要となり, さらに, アンテナ解析に見られるような散乱電磁場の開放問題を扱う際には, 複雑な吸収境界条件が必要となるという欠点もある. これに対して, TDBEM は曲がった境界の扱いが容易, 吸収境界条件が不要, 領域にメッシュを生成しなくてよいなどの利点を持っているものの, その一方で, 大容量メモリや長時間計算を必要とするなどの計算コストに関する深刻な問題があり, かつ, 計算が数値的に不安定になりやすく, これまで実用的な場面で用いられることはほとんどなかった.

しかしながら近年の計算機の性能向上, メモリ大容量化に伴い, TDBEM の計算も実用的な速度で行えるようになりつつあり, また, 様々な安定化スキームの提案⁽³⁾⁽⁴⁾も行われ, しだいに産業への応用も可能になってきた. このような背景において, 著者らはこれまで粒子加速器の加速空洞の解析を目的に二次元軸対称系用の TDBEM を定式化し⁽²⁾, 安定化手法やスキーム並列化を検討し⁽⁵⁾, 他の手法との定

量的な比較⁽⁷⁾⁽⁹⁾を行ってきた.

これに対し本研究では, 軸対称系の解析の次のステップとして文献[10,11]において提案されているように, ソース分布や電磁場そのものは軸対称でなくても境界形状が軸対称であれば, 効果的にメモリを削減できるという点に着目し, そのスキーム (ここではこれを 2.5 次元とよぶ) を TDBEM に適用し, 軸対称構造を持つ代表的なアンテナの 3次元解析を行ったので報告する.

2. 時間領域境界積分方程式の数値解法

時間領域境界要素法の基礎となる境界積分方程式は, 次の時間領域における電場と磁場の Kirchhoff 積分⁽²⁾,

$$\mathbf{E}(t, \mathbf{r}) = \mathbf{E}^{inc}(t, \mathbf{r}) - \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}_r(t - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c}, \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dS' \quad (1)$$

$$- \frac{1}{4\pi} \int_S \left[\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} + \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \frac{\partial}{c \partial t} \right] E_n(t - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c}, \mathbf{r}') dS'$$

$$\mathbf{B}(t, \mathbf{r}) = \mathbf{B}^{inc}(t, \mathbf{r}) - \frac{1}{4\pi} \int_S \left[\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} + \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \frac{\partial}{c \partial t} \right] \times \mathbf{B}_r(t - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c}, \mathbf{r}') dS' \quad (2)$$

により得られる. ここで, \mathbf{r} , \mathbf{r}' は, それぞれ観測点および境界上の点の位置座標, そして S は解析対象の境界表面を

表す。また、 B_n , E_n はそれぞれ境界上における磁場の接線成分および電場の法線成分であり、境界表面上に誘起される電流密度・電荷密度に対応する。このとき、被積分関数の中の変数 $t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c$ は、積分する場所 \mathbf{r}' に依存して t より $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c$ だけ前の時刻での値が積分されることを示す。実際の数値計算では、たとえば(2)を空間・時間方向について離散化し（時間ステップ幅 Δt ）、行列表現した次式

$$[G_0][B_0] = [B^{inc}] - \sum_{k=1}^N [G_k][B_k] \quad (3)$$

を境界上の未知量 B_0 について解き、これをある時刻 t_0 での表面電流密度の値とし、次のステップではこの B_0 を過去 $t_0 - \Delta t$ の値とし、再度(3)を構成し順次、次の時間ステップの表面電流密度を求めていくスキームとなる。ここで、 G_k , B_k および B^{inc} は、それぞれ境界形状と(2)式で決まる行列、境界上の未知量を成分に持つベクトル、および入射場の各境界上における値を成分に持つベクトルである。また、添字 k は $k=0$ を現在の時刻 t_0 として、 $k\Delta t$ だけ以前の時刻 $t_0 - k\Delta t$ の値であることを意味し、 N はその最大値で、解析モデルの大きさに依存して決まる値である。図1は(3)式を模式的に表したものである。

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & B_0 & B_{ext} & B_1 & B_2 & & & & B_N \\
 \begin{array}{|c|} \hline G_0 \\ \hline \end{array} & = & \begin{array}{|c|} \hline + \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline G_1 \\ \hline \end{array} & + & \begin{array}{|c|} \hline G_2 \\ \hline \end{array} & + & \dots & + & \begin{array}{|c|} \hline G_n \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

Fig.1 Configuration of matrix equation of TDBEM

3. 数値モデルの軸対称性を利用した行列圧縮(2.5次元定式化)

前節で示されたように、TDBEMの1つの時間ステップ計算では多くの行列-ベクトル乗算が必要で、それにとともに頻繁に使用する行列 G_k をすべてメモリに保持する必要がある。したがって、3次元シミュレーションでは、保持すべき行列サイズが極めて膨大なものとなり計算速度とメモリ容量の観点から現在のスーパーコンピュータでさえ実用的な複雑なモデルに対してほとんど適用不可能である。実際、数値モデルのメッシュ数を M 、(3)式における行列の数を N とすると、必要なメモリは、倍精度浮動小数点計算で $8 \times M^2 \times N$ [byte] となり、例えば、標準的な3次元解析のサイズとして $M=40000$, $N=100$ の場合を考えると、1.3TBにも達する。

しかしながら、ソース分布や電磁場が軸対称でなくても境界形状が軸対称である場合（ここではこれを2.5次元シミュレーションとよぶ）には、次のように行列を効果的に圧縮することができる。図2は軸対称性を持つ数値モデルの一部分を取り出したものである。図2において、AとA'およびBとB'のペアに対応する境界要素行列の成分は、BとB'およびBとB'のそれに等しく、したがって、行列 G_k は図3のように同じ行列要素が規則的に並んだ構造になる。例えば、図3における行列の2および3行目は、その1行目をそれぞれ1および2個右にシフトしたものとなる。すなわち、保持すべき行列要素は同じ列が規則的に並んでいる部分について1行だけ（たとえば1行目のみ）で

よく、これは行列 G_k を大幅に圧縮できることを意味する。

2.5次元シミュレーションに必要なメモリを概算すると次のようになる。いま数値モデルの周方向のメッシュ数を K_r 、軸の断面方向のメッシュ数を K_s とすると、 $M=2 \times K_r \times K_s$ （ただし、因子2は境界表面での未知電流の自由度）と表せるから、倍精度浮動小数点計算では $8 \times 2 \times K_r \times (K_r \times K_s) \times N$ [byte] となり、前述と同じ $M=40000$, $N=100$ の例では $K_r=100$, $K_s=100$ として、6.4GBとなる。これは、完全3次元シミュレーションの場合と比べて大幅にメモリが少なく、現在のスーパーコンピュータ、あるいはMPIなどによる並列計算環境^{[11],[12]}によっても十分可能である。

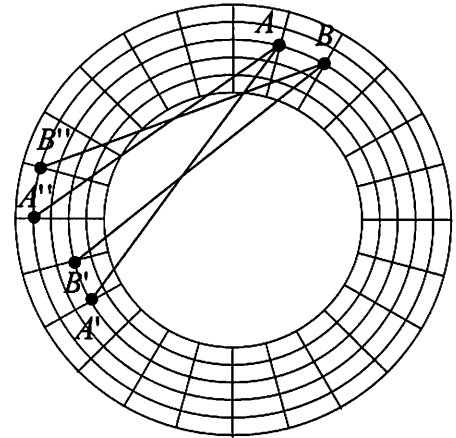


Fig.2 Rotational symmetry of boundary elements in an axis-symmetric system

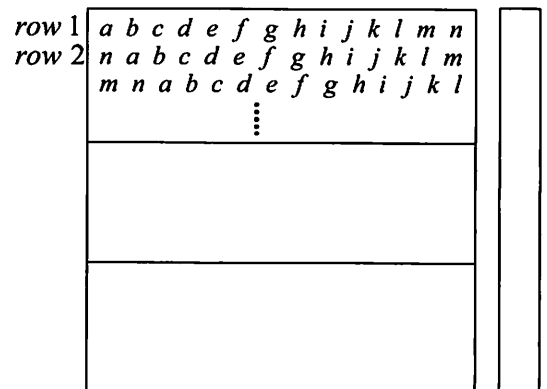


Fig.3 Matrix element configuration

4. 数値計算結果

上述のような軸対称系は、アンテナ解析をはじめとして、比較的多くの実用的な場面に現れ、したがって、この行列圧縮スキームを用いたTDBEMは、軸対称性をもつ構造物のみを対象としているものの十分適用範囲は広い。具体的なTDBEMの応用例として、ここでは図4に示されているようなパラボラアンテナ ($w = 8$ [mm], $r = 8$ [mm], $R = 150$ [mm], $f = 38$ [mm])、および図5のコニカルホーンアンテナ ($w = 8$ [mm], $r = 8$ [mm], $R = 150$ [mm], $L = 38$ [mm], $d = 15$ [mm])を取り扱う。図6には、正弦パルスのダイポールソースによって励起されたパラボラアンテナの散乱場のシミュ

レーション結果を示す。図6(a)と図6(b)はそれぞれ正弦パルスが散乱される前後の散乱場の電気力線を、図6(c)には散乱時にアンテナ表面に誘起された表面電流の動径成分の等高線を示している。また、図7には、コニカルホーンアンテナに対する同様なシミュレーション結果が示されている。いずれの結果においても、ダイポールソースから出た場が平面波とみなせる場に変換され、放射されている様子が確認できる。また、図6(c)、図7(c)では、誘起された表面電流の符号がアンテナの上下で反転しており、3次元場がよくシミュレーションされていることがわかる。

5. まとめ

電磁場そのものは3次元でも解析対称が軸対称性を持つ場合(2.5次元シミュレーション)にはTDBEMにおける行列が効果的に圧縮でき、実用的な計算が可能になることを示した。

今後の課題として、もう一つの実用的に重要な適用例である粒子加速器における加速管内の航跡場の解析への適用などを行っていく予定である。

参考文献

- [1] T. Weiland: "Time domain electromagnetic field computation with finite difference methods", International Journal of numerical modelling, **9**(1996), no.4, pp.295-319.
- [2] H. Kawaguchi: "Time domain analysis of electromagnetic wave fields by Boundary Integral Equation Method", Engineering Analysis with Boundary Elements, **27**(2003), pp.291-304.
- [3] D. A. Vechinski, S. M. Rao: "A stable procedure to calculate the transient scattering by conducting surfaces of arbitrary shape", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, **40** (1992), no.6, pp.661-665.
- [4] S. M. Rao, D. A. Vechinski, T. K. Sarkar: "Transient scattering by conducting cylinders-implicit solution for the transverse electric case", Microwave and optical technology letters, **21**(1999), no.2, pp.129-134.
- [5] P. J. Davies: "On the stability of time-marching schemes for the general surface electric-field integral equation", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, **44**(1996), no.11, pp.1467-1473.
- [6] Y. Fujita and H. Kawaguchi: "Electromagnetic field analysis by the MPI parallel-ized time domain boundary integration equation method", EMT-02-58, (2002).
- [7] K. Fujita, H. Kawaguchi: "Particle accelerator wake potential calculation by time domain boundary element method", Computational engineering I, JASCOME, (2004), pp.101-108.
- [8] K. Fujita, H. Kawaguchi: "Time domain simulation method based on EFIE and MFIE for axis-symmetric structure objects", Proceedings of Progress in Electromagnetic Research Symposium (PIERS), Pisa, Italy, (2004), pp.627-630.
- [9] K. Fujita, H. Kawaguchi, I. Zagorodnov, T. Weiland: "MPI parallel computation of wake fields by using Time Domain Boundary Element Method", Proceedings of the 9th European Particle Accelerator Conference (EPAC 2004), Luzern, Switzerland, (2004).
- [10] A. Sakurai, T. Tsuchiya, Y. Kagawa: "Boundary element estimation of current density distribution and eddy current loss in bundled multi-wire cables", International Journal of Numerical Modelling, **6**(1993), pp.169-181.
- [11] H. Tsuboi, A. Sakurai, T. Naito: "A simplification of boundary element method model with rotational symmetry in electromagnetic field analysis", **26**(1990), no.5, pp.2771-2273.

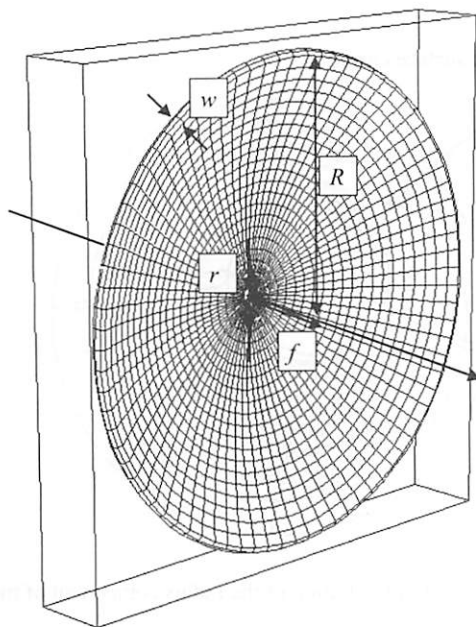


Fig.4 Numerical model of parabolic antenna

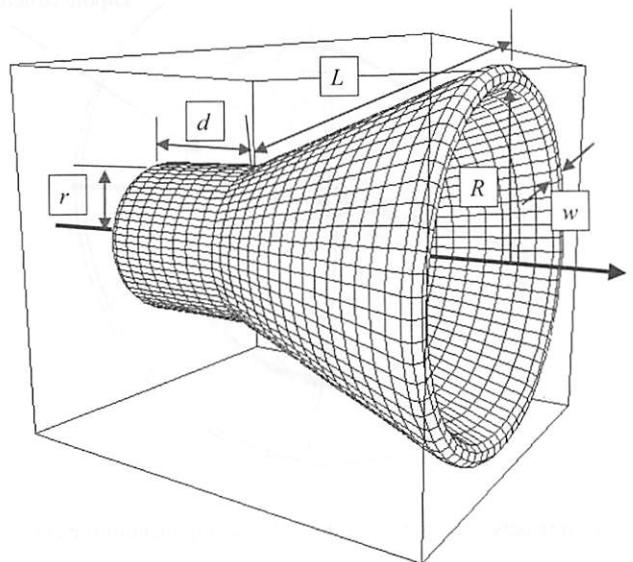
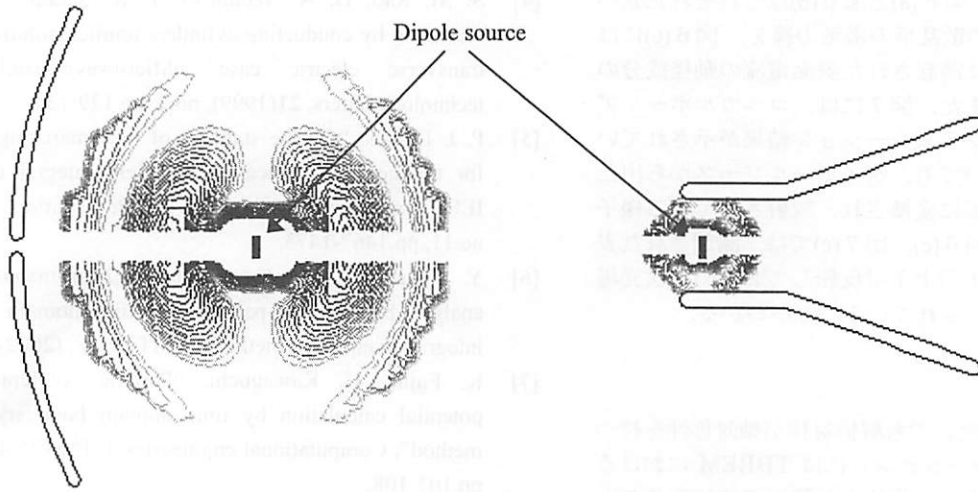
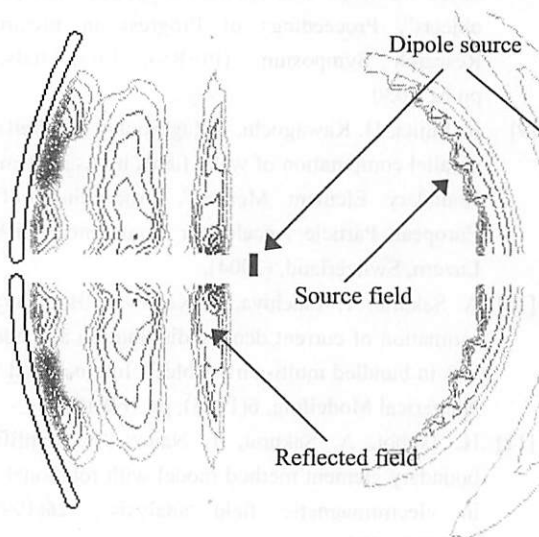


Fig.5 Numerical model of conical horn antenna

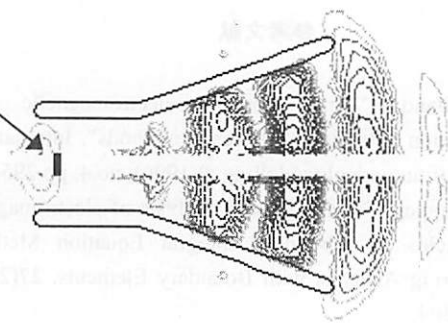


(a) Before the source fields are scattered by parabolic antenna

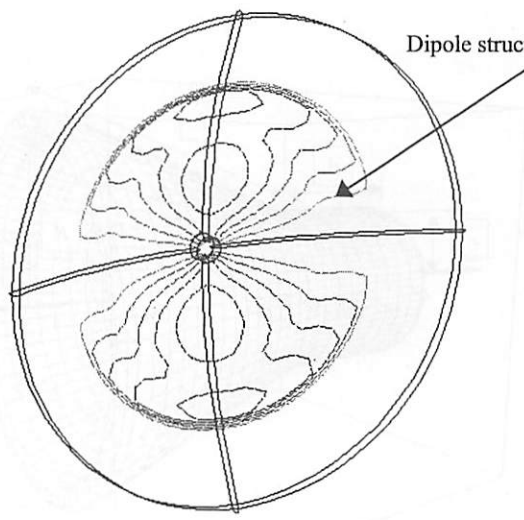
(a) Before the source fields are scattered by conical horn antenna



(b) After the source fields are scattered by parabolic antenna

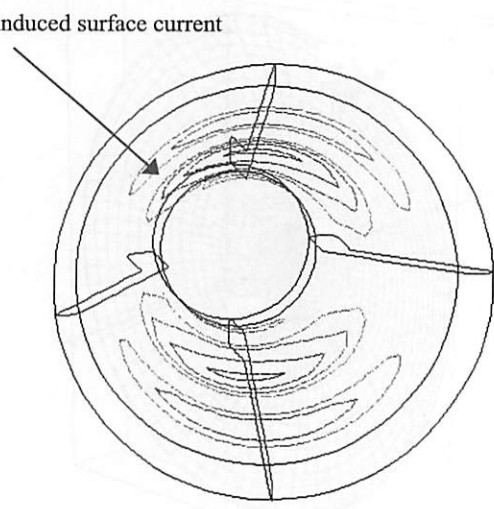


(b) After the source fields are scattered by conical horn antenna



(c) Intensity distribution of the radius component of the current

Fig.6 Numerical simulation results for parabolic antenna



(c) Intensity distribution of the radius component of the current

Fig.7 Numerical simulation results for conical horn antenna